

Hong Kong Mathematics Olympiad (1997 – 98)
Heat Events (Individual)
香港數學競賽 (1997 – 98)
初賽項目(個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 已知 $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ 能被 $(x - a)$ 和 $(x - 2a)$ 整除，且 a 為整數。求 a 的值。

Given that $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ is divisible by $(x - a)$ and $(x - 2a)$, where a is an integer. Find the value of a .

2. 已知 $8, a, b$ 形成一等差級數，且 $a, b, 36$ 形成一等比級數。若 a 和 b 皆為正數，求 a, b 的和。

Given that $8, a, b$ form an A.P. and $a, b, 36$ form a G.P. If a and b are both positive numbers, find the sum of a and b .

3. 求下列方程式的最小實根：

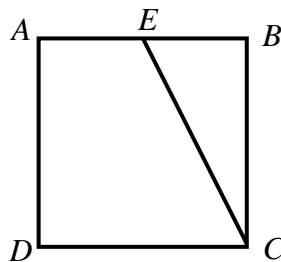
$$\frac{x}{(x-4)(x+3)} = \frac{x}{(x+4)(x-6)}$$

Find the smallest real root of the following equation :

$$\frac{x}{(x-4)(x+3)} = \frac{x}{(x+4)(x-6)}$$

4. 在圖一， $ABCD$ 為一正方形。 E 為 AB 上的一點，使得 $BE = 1$ 及 $CE = 2$ 。求正方形 $ABCD$ 的面積。

In Figure 1, $ABCD$ is a square. E is a point on AB such that $BE = 1$ and $CE = 2$. Find the area of the square $ABCD$.



圖一

Figure 1

5. 若 $2x+3=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}$ ，求 x 的值。

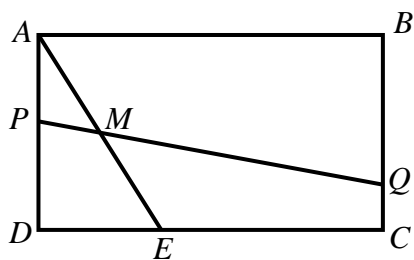
If $2x+3=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}$, find the value of x .

6. 已知 n 為一小於 1000 的正整數。若 n 能被 3 或 5 整除，求 n 之可能數值有多少個。

Given that n is a positive integer which is less than 1000. If n is divisible by 3 or 5, find the number of possible values of n .

7. 在圖二， $ABCD$ 為一長方形，其中 $CD=12$ ，且 E 為 CD 上一點，使得 $DE=5$ 。若 M 為 AE 的中點，而 P 、 Q 為兩點分別躺於 AD 和 BC 上，使得 PMQ 為一直線。若 $PM:MQ=5:k$ ，求 k 的值。

In Figure 2, $ABCD$ is a rectangle with $CD=12$. E is a point on CD such that $DE=5$. M is the mid-point of AE and P , Q are points on AD and BC respectively such that PMQ is a straight line. If $PM:MQ=5:k$, find the value of k .



圖二

Figure 2

8. 求 $6^{20}-5^{12}-8$ 值的末位數字。

Find the last digit of the value of $6^{20}-5^{12}-8$.

9. 設 a 為方程 $\sqrt{\frac{x+2}{x-1}}+\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}=\frac{5}{2}$ 的正根，求 a 的數值。

Let a be the positive root of the equation $\sqrt{\frac{x+2}{x-1}}+\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}=\frac{5}{2}$, find the value of a .

10. 求 240 的所有正因數的和。

Find the sum of all positive factors of 240.